

الف

$$\Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow y = 3x - 4 = 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow y = 4 - x = 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$$

$$R_f = [2, +\infty)$$

ب

$$\Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow y = 3 - x \xrightarrow{x=0} y = 3$$

$$\Rightarrow 0 < x \leq 1 \Rightarrow y = 3 - 3x \xrightarrow{x=1} y = 0$$

$$\Rightarrow 1 < x \leq 2 \Rightarrow y = 1 - x \xrightarrow{x=2} y = -1$$

$$\Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow y = x - 3 \xrightarrow{x=2} y = -1 \text{ و } x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty$$

$$R_f = [-1, +\infty)$$

۲

$$K = |3x - 3| - |x + 2|$$

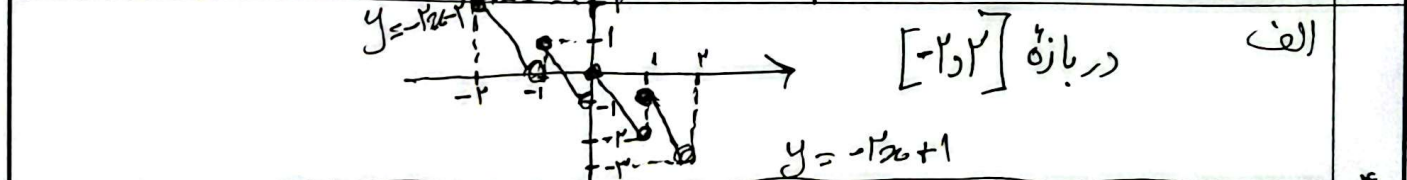
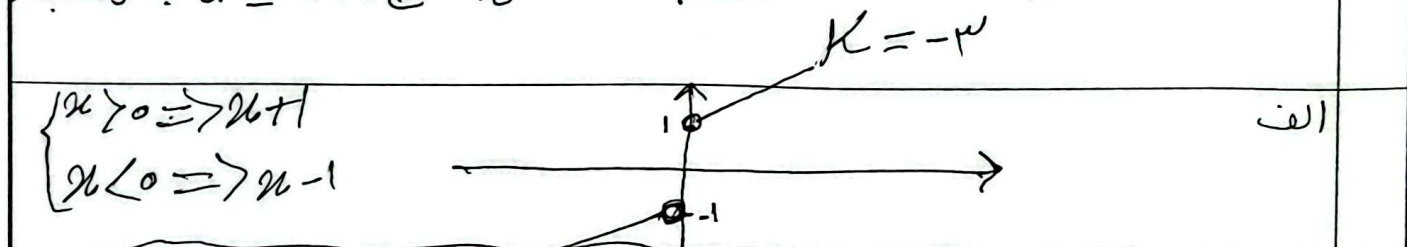
چون تابع یک شکل U مانند دارد بنابراین دارای کمینه است

و اگر مقدار K از -3 کمتر باشد هیچ جوابی نخواهیم داشت و همچنین اگر بیشتر باشد ۲ جواب خواهیم داشت اما اگر برابر -3 باشد در آن صورت تابع دارای یک جواب خواهد بود.

کینه

$$x = 1 \Rightarrow -4 + 1 = -3$$

$$x = -2 \Rightarrow 1 + 1 = 2$$



الف) اگر $t \in [0, 1]$ و $x = n + t$ باشد $[x] = n$ و $y = f(n+t) - f(n) = f(t) \Rightarrow R_f = [0, 4]$

ب) اگر $t \in (1, 2]$ و $x = n + t$ باشد $[x] = n + 1$ و $y = f(n+t) - f(n+1) = f(t-1) \Rightarrow R_f = [0, 5]$

ج) اگر $t \in (2, 3]$ و $x = n + t$ باشد $[x] = n + 2$ و $y = f(n+t) - f(n+2) = f(t-2) \Rightarrow R_f = [0, 5]$

د) اگر $t \in (3, 4]$ و $x = n + t$ باشد $[x] = n + 3$ و $y = f(n+t) - f(n+3) = f(t-3) \Rightarrow R_f = [0, 5]$

ه) اگر $t \in (4, 5]$ و $x = n + t$ باشد $[x] = n + 4$ و $y = f(n+t) - f(n+4) = f(t-4) \Rightarrow R_f = [0, 5]$

الف	$y = 3 \sin x + 4 \cos x \Rightarrow R_f = [\sqrt{a^2+b^2}, \sqrt{a^2+b^2}]$ $\Rightarrow \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{13} \Rightarrow R_f = [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$
ب	مانند سمت الف داریم: $\sqrt{4^2+(-3)^2} = 5 \Rightarrow R_f = [-5, 5]$
ج	مانند دو قسمت قبل عملی کنیم: $\sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{34} = 5, 3, 1, 5 \Rightarrow R_f = [-5, 3, 1, 5]$ حالا برداشت را تائیدی دهیم: $R_f = \{-4, -5, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
د	مانند قبل: $\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5} \Rightarrow R_f = [-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ حالا رادیکال را اثری دهیم: $\cos x - 2 \sin x \geq 0 \Rightarrow R_f = [0, \sqrt{5}]$ $\Rightarrow R_f = [0, 5^{\frac{1}{2}}]$
الف	$t = \sin x \in [-1, 1] \Rightarrow y = t^2 + 3t + 2 = (t+1)(t+2)$ $\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} \rightarrow t \in [-1, 1]$ $t = -1 \Rightarrow y = 3 - 3 = 0$ $t = 1 \Rightarrow y = 1 + 3 + 2 = 6 \Rightarrow R_f = [0, 6]$
ب	$t = \sin x \in [-1, 1] \Rightarrow y = 2t^2 + 3t + 2$ بازه است بنابراین کمینه در $\frac{-3}{4} = \frac{-b}{2a}$ و بیشترین از مرزها است: $t = -\frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{11}{8}$ $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ $t = -1 \Rightarrow y = 1$ $t = 1 \Rightarrow y = 7$ $\Rightarrow R_f = [\frac{11}{8}, 7]$
الف	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow y = \sin^2 x + 4(1 - \sin^2 x) = 4 - 3 \sin^2 x$ $\sin^2 x \in [0, 1] \Rightarrow R_f = [4 - 3(1), 4 - 3(0)] = [1, 4]$
ب	$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow y = \frac{2 \frac{\cos x}{\sin x}}{1 + \frac{\cos x}{\sin x}} = 2 \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = 2 \cos x \sin x = \sin 2x$ $\Rightarrow R_f = [-1, 1]$
الف فرض	$y = \sin^2 x + \cos^2 x$ $a+b=1$ $\cos^2 x = b$ و $\sin^2 x = a$ $y = (a+b)^2 - 2ab(a+b) = 1 - 2(ab)(1) \Rightarrow y = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \sin^2 2x \Rightarrow y = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \rightarrow \sin^2 2x \in [0, 1]$ $R_f = [1 - \frac{1}{2} \times 1, 1 - \frac{1}{2} \times 0] = [\frac{1}{2}, 1]$
ب	$y = [\sin^2 x + \cos^2 x]^2 \Rightarrow y = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ ① $\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ ② $t = \sin^2 x \cos^2 x \Rightarrow y = (1 - 2t)^2 - 2t = 4t^2 - 4t + 1$ $t = 0 \Rightarrow y = 1$ $t = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow R_f = \{\frac{1}{4}, 1\}$
الف	$\Rightarrow 2x^2 + \sqrt{16} - 4 = (x+4)(x-1) \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow x \neq -4$ $\Rightarrow y \neq 2(-4) - 1 = -9 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$
ب	$x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1) \Rightarrow y = x^2 + x + 1$ $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ $D_f = x \neq 1 \Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$