

الف) $y = x + |2x - 4|$

(کمترین مقدار x برابر ۲ می باشد)

$x \geq 2 \rightarrow y = x + 2x - 4 \rightarrow y = 3x - 4 \xrightarrow{x=2} y = 2 \rightarrow y \in [2, +\infty) \text{ (I)}$

$x < 2 \rightarrow y = x - 2x + 4 \rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{x=2} y = -2 + 4 = 2 \rightarrow y \in (2, +\infty) \text{ (II)}$

$(I) \cup (II) = R_f \Rightarrow R_f = [2, +\infty) \checkmark$ نتایج بدست آمده از $(x < 2)$ و $(x \geq 2)$ و ترکیب

ب) $y = |x - 2| + |x - 1| - |x|$

$x \geq 2 \rightarrow y = x - 2 + x - 1 - x = x - 3 \xrightarrow{x=2} y = 2 - 3 = -1 \rightarrow y \in [-1, +\infty) \text{ (1)}$

$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 2 - x + x - 1 - x = 1 - x \begin{cases} x=2 \rightarrow y = 1 - 2 = -1 \\ x=1 \rightarrow y = 1 - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow y \in [-1, 0] \text{ (2)}$

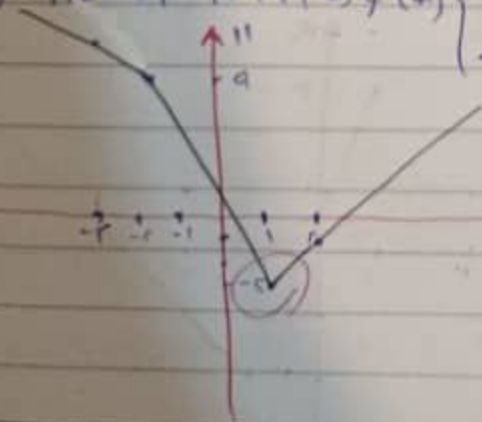
$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 2 - x + 1 - x - x = 3 - 3x \begin{cases} x=1 \rightarrow y = 3 - 3 = 0 \\ x=0 \rightarrow y = 3 - 3(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow y \in [0, 3] \text{ (3)}$

$x \leq 0 \rightarrow y = 2 - x + 1 - x + x = 3 - x \xrightarrow{x=0} y = 3 - 0 = 3 \rightarrow y \in [3, +\infty) \text{ (4)}$

$(1) \cup (2) \cup (3) \cup (4) = R_f \Rightarrow R_f = [-1, +\infty) \checkmark$ اکنون اتحاد تمام بازه ها برابر می شود. تابع منبسط

است برای حل این سؤال نمودار تابع $f(x) = |3x - 3| - |x + 2|$ را رسم می کنیم.

$f(x) = |3x - 3| - |x + 2| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x - 3 - x - 2 \Rightarrow 2x - 5 & x > 1 \\ -3x + 3 - x - 2 \Rightarrow -4x + 1 & -2 \leq x \leq 1 \\ -3x + 3 + x + 2 \Rightarrow -2x + 5 & x < -2 \end{cases}$



همین طور که در شکل دیده می شود خط $y = -3$

فقط همین نقطه را لمس می کند

پس فقط یک ریشه دارد وقتی $K = -3$

مقدار K برابر ۳ - است. $K = -3 \checkmark$

$$a) y = x + \frac{x}{|x|}$$

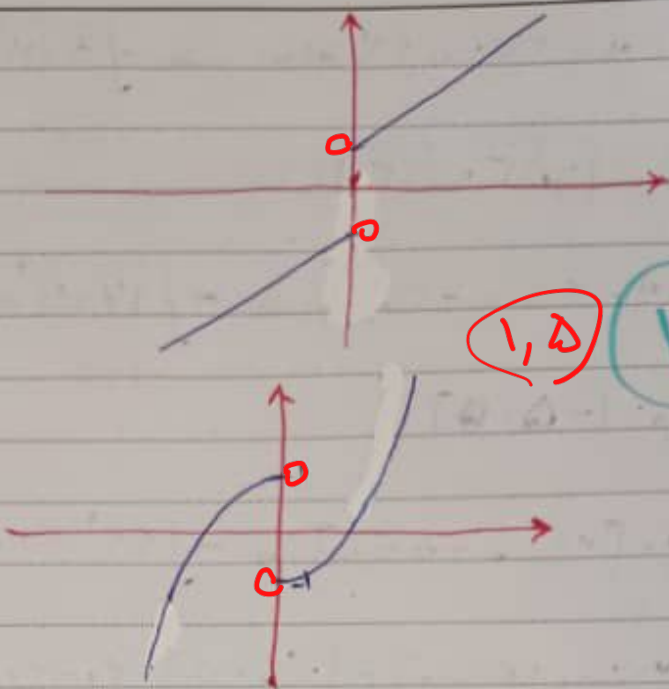
$$x > 0 \rightarrow \frac{x}{|x|} = 1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$x < 0 \rightarrow \frac{x}{|x|} = -1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$b) y = x|x| - \frac{x}{|x|}$$

$$x > 0 \rightarrow y = x^2 - 1$$

$$x < 0 \rightarrow y = -x^2 + 1$$



$$a) y = [x] - 2x$$

$$x \in [-2, -1) \rightarrow -2 - 2x \quad x \in [-1, 0) \rightarrow -1 - 2x$$

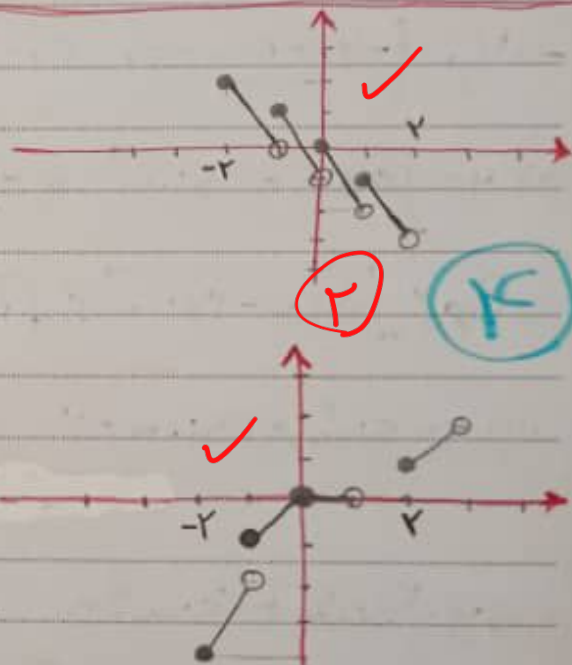
$$x \in [0, 1) \rightarrow -2x \quad x \in [1, 2) \rightarrow 1 - 2x$$

$$b) y = [x] \cdot |x|$$

$$x \in [-1, 0) \rightarrow (-1)(-x) = x$$

$$x \in [-2, -1) \rightarrow (-2)(-x) = 2x$$

$$x \in [0, 1) \rightarrow 0 \quad x \in [1, 2) \rightarrow (1)(x) = x$$



$$a) y = 3x - [3x] \xrightarrow{3x=t} y = t - [t] \rightarrow R_f = [0, 1) \checkmark$$

$$b) y = 4x - 4[x] \rightarrow y = 4(x - [x]) \rightarrow R_f = [0, 4) \checkmark$$

$$c) y = x - a\left[\frac{x}{a}\right] \xrightarrow{\frac{x}{a}=t} y = at - a[t] \rightarrow y = a(t - [t])$$

$$d) y = [2x] - 2x \xrightarrow{2x=t} y = [t] - t \rightarrow R_f = [-1, 0) \checkmark$$

دقت!

1, 5

$$-\sqrt{a^2+b^2} \leq a \sin \alpha + b \cos \alpha \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

Subject:

Year:

Month:

Day:

page: ()

$$\text{و ۱) } y = 3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha \rightarrow \underbrace{-\sqrt{9+16}}_{-\sqrt{25}} \leq 3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha \leq \underbrace{\sqrt{9+16}}_{\sqrt{25}}$$

$$\rightarrow R_p = [-5, 5] \checkmark$$

$$\text{ب) } y = 4 \sin \alpha - 3 \cos \alpha \rightarrow \underbrace{-\sqrt{16+9}}_{-\sqrt{25}} \leq 4 \sin \alpha - 3 \cos \alpha \leq \underbrace{\sqrt{16+9}}_{\sqrt{25}}$$

$$\rightarrow R_p = [-5, 5] \checkmark$$

$$\text{ج) } y = [2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha] \rightarrow -\sqrt{29} \leq 2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha \leq \sqrt{29}$$

$$\Rightarrow [2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha] = \left\{ -\frac{5}{2}, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \right\} \checkmark$$

$$\Rightarrow R_p = \left\{ -\frac{5}{2}, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \right\}$$

$$\text{د) } y = \cos \alpha - 2 \sin \alpha \rightarrow -\sqrt{5} \leq \cos \alpha - 2 \sin \alpha \leq \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\cos \alpha - 2 \sin \alpha} \leq \sqrt{5} \Rightarrow R_p = [0, \sqrt{5}] \text{ وقت!}$$

دو بار از شرط رادیکال بترفته می‌شه

$$\text{و ۱) } y = \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha + 2$$

$$\sin \alpha \begin{matrix} \rightarrow 1 \\ -1 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R_p = [0, 4] \checkmark$$

$$\text{ب) } y = 3 \sin^2 \alpha + 3 \sin \alpha + 2$$

$$\sin \alpha \begin{matrix} \rightarrow 1 \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R_p = \left[\frac{1}{3}, 4 \right] \checkmark$$

$$\text{و ۱) } y = \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha \rightarrow y = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha \rightarrow y = 1 + 3 \cos^2 \alpha$$

$$\text{محدوده} \rightarrow 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \rightarrow 0 \leq 3 \cos^2 \alpha \leq 3 \rightarrow 1 \leq 1 + 3 \cos^2 \alpha \leq 4 \rightarrow R = [1, 4] \checkmark$$

$$\text{ب) } y = \frac{2 \cot \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} \rightarrow y = 2 \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \times \sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\rightarrow y = \sin 2\alpha \Rightarrow R = [-1, 1] \checkmark$$

Arman

$$Y^{1-K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1$$

Subject:

Year: Month: Day:

page: ()

الف) $y = \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \rightarrow \frac{1}{K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1 \rightarrow R_f = [\frac{1}{K}, 1]$ ✓

ب) $y = [\sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha] \rightarrow \frac{1}{K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1$

(2)

(9)

$\Rightarrow [\sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha] = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow R_f = \{0, 1\}$ ✓

الف) $y = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} \Rightarrow y = \frac{(x+4)(2x-1)}{x+4} \Rightarrow y = 2x - 1 \quad (x \neq -4)$

$x = -4 \rightarrow 2(-4) - 1 = -8 - 1 = -9 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$ ✓

(2)

(10)

ب) $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1} \Rightarrow y = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} \Rightarrow y = x^2 + x + 1 \Rightarrow y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

مقرر $y = 3$ که در آن $x = 1$ متناظر است، از دامنه حذف شده چون $x = 1$ مجاز نیست؛ اما $y = 3$ را باز هم می‌توان با $x = -2$ پرست آورد (بنابراین هیچ مقدر اضافی از برد حذف نمی‌شود).

$\Rightarrow R_f = [y_{\min}, +\infty) \Rightarrow R_f = \left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$ ✓