

$$الف) y = x + |2x - 4|$$

(کمترین مقدار x برابر ۲ می باشد)

$$x \geq 2 \rightarrow y = x + 2x - 4 \rightarrow y = 3x - 4 \xrightarrow{x=2} y = 2 \rightarrow y \in [2, +\infty) \text{ (I)}$$

$$x < 2 \rightarrow y = x - 2x + 4 \rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{x=2} y = -2 + 4 = 2 \rightarrow y \in (2, +\infty) \text{ (II)}$$

$$(I) \cup (II) = R_f \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$$

نتایج بدست آمده از $(x < 2)$ و $(x \geq 2)$ و ترکیب

مکثمه تا برد تابع بدست آید.

$$ب) y = |x - 2| + |x - 1| - |x|$$

①

$$x \geq 2 \rightarrow y = x - 2 + x - 1 - x = x - 3 \xrightarrow{x=2} y = 2 - 3 = -1 \rightarrow y \in [-1, +\infty) \text{ (1)}$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = 2 - x + x - 1 - x = 1 - x \begin{cases} x=2 \rightarrow y = 1 - 2 = -1 \\ x=1 \rightarrow y = 1 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y \in [-1, 0] \text{ (2)}$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 2 - x + 1 - x - x = 3 - 3x \begin{cases} x=1 \rightarrow y = 3 - 3 = 0 \\ x=0 \rightarrow y = 3 - 3(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow y \in [0, 3] \text{ (3)}$$

$$x \leq 0 \rightarrow y = 2 - x + 1 - x + x = 3 - x \xrightarrow{x=0} y = 3 - 0 = 3 \rightarrow y \in [3, +\infty) \text{ (4)}$$

$$\text{①} \cup \text{②} \cup \text{③} \cup \text{④} = R_f \Rightarrow R_f = [-1, +\infty)$$

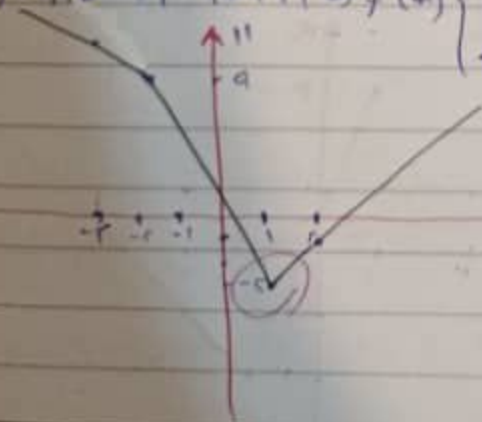
و گویا اتحاد تمام بازه ها برابر برد

تابع می شود.

استرایی حل این سؤال نمودار تابع $f(x) = |3x - 3| - |x + 2|$ را رسم می کنیم.

$$f(x) = |3x - 3| - |x + 2| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x - 3 - x - 2 \Rightarrow 2x - 5 & x > 1 \\ -3x + 3 - x - 2 \Rightarrow -4x + 1 & -2 \leq x \leq 1 \\ -3x + 3 + x + 2 \Rightarrow -2x + 5 & x < -2 \end{cases}$$

②



همین طور که در شکل دیده می شود خط $y = -3$

فقط همین نقطه را لمس می کند

پس فقط یک ریشه دارد وقتی $K = -3$

مقدار K برابر ۳ - است.

$K = -3$

$$a) y = x + \frac{x}{|x|}$$

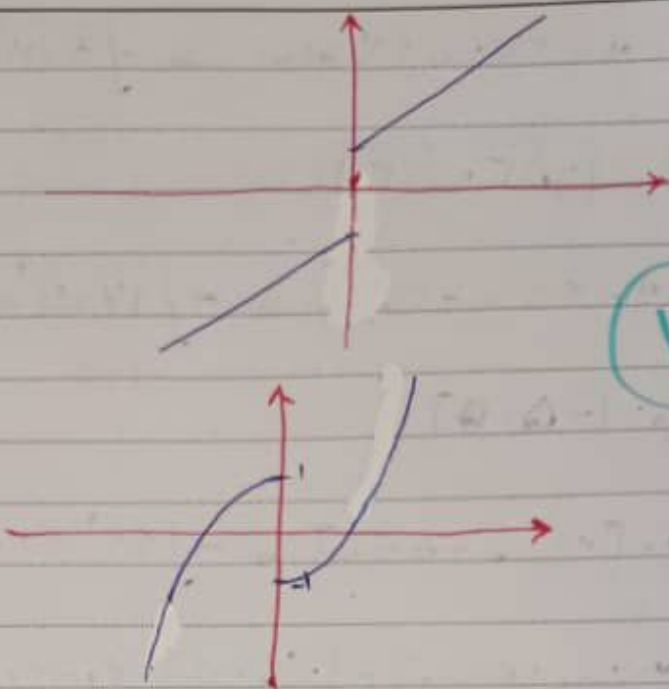
$$x > 0 \rightarrow \frac{x}{|x|} = 1 \Rightarrow y = x + 1$$

$$x < 0 \rightarrow \frac{x}{|x|} = -1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$b) y = x|x| - \frac{x}{|x|}$$

$$x > 0 \rightarrow y = x^2 - 1$$

$$x < 0 \rightarrow y = -x^2 + 1$$



(3)

$$a) y = [x] - 2x$$

$$x \in [-2, -1) \rightarrow -2 - 2x \quad x \in [-1, 0) \rightarrow -1 - 2x$$

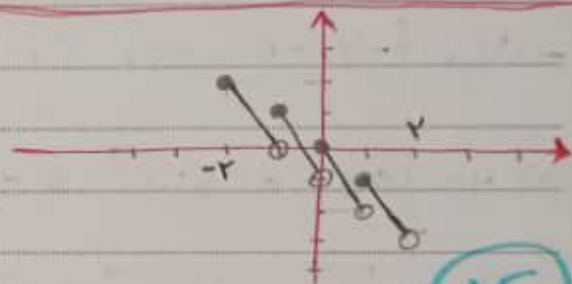
$$x \in [0, 1) \rightarrow -2x \quad x \in [1, 2) \rightarrow 1 - 2x$$

$$b) y = [x] \cdot |x|$$

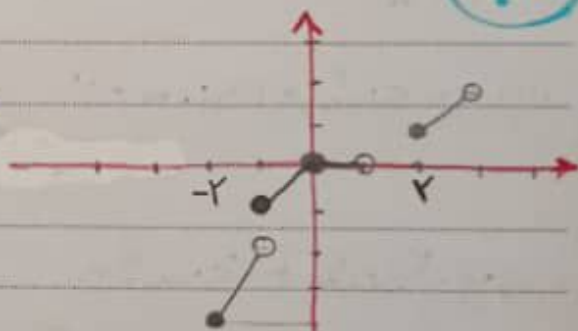
$$x \in [-1, 0) \rightarrow (-1)(-x) = x$$

$$x \in [-2, -1) \rightarrow (-2)(-x) = 2x$$

$$x \in [0, 1) \rightarrow 0 \quad x \in [1, 2) \rightarrow (1)(x) = x$$



(4)



$$a) y = 3x - [3x] \xrightarrow{3x=t} y = t - [t] \rightarrow R_f = [0, 1)$$

$$b) y = 4x - 4[x] \rightarrow y = 4(x - [x]) \rightarrow R_f = [0, 4)$$

$$c) y = x - a\left[\frac{x}{a}\right] \xrightarrow{\frac{x}{a}=t} y = at - a[t] \rightarrow y = a(t - [t])$$

$$d) y = [2x] - 2x \xrightarrow{2x=t} y = [t] - t \rightarrow R_f = [-1, 0) \rightarrow R_f = [0, a)$$

(5)

نکته:
 $0 < 0 - [0] < 1$
 $-1 < [0] - 0 < 0$

$$-\sqrt{a^2+b^2} \leq a \sin \alpha + b \cos \alpha \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

page: ()

Subject:

Year:

Month:

Day:

$$a) y = r \sin \alpha + r \cos \alpha \rightarrow \underbrace{-\sqrt{9+16}}_{-\sqrt{25}} \leq r \sin \alpha + r \cos \alpha \leq \underbrace{\sqrt{9+16}}_{\sqrt{25}}$$

$$\Rightarrow R_p = [-5, 5]$$

$$b) y = r \sin \alpha - r \cos \alpha \rightarrow \underbrace{-\sqrt{14+9}}_{-\sqrt{23}} \leq r \sin \alpha - r \cos \alpha \leq \underbrace{\sqrt{14+9}}_{\sqrt{23}}$$

$$\Rightarrow R_p = [-\sqrt{23}, \sqrt{23}]$$

$$c) y = [r \sin \alpha + \Delta \cos \alpha] \rightarrow -\sqrt{r^2 \Delta^2} \leq r \sin \alpha + \Delta \cos \alpha \leq \sqrt{r^2 \Delta^2}$$

$$\Rightarrow [r \sin \alpha + \Delta \cos \alpha] = \{-\frac{r}{\Delta}, -\Delta, -r, -r, -r, -1, 0, 1, r, r, \Delta\}$$

$$\Rightarrow R_p = \{-\frac{r}{\Delta}, -\Delta, -r, -r, -r, -1, 0, 1, r, r, \Delta\}$$

$$d) y = \sqrt{\cos \alpha - r \sin \alpha} \rightarrow -\sqrt{\Delta} \leq \cos \alpha - r \sin \alpha \leq \sqrt{\Delta}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{\cos \alpha - r \sin \alpha} \leq \sqrt{\Delta} \Rightarrow R_p = [0, \sqrt{\Delta}]$$

$$a) y = \sin \alpha + r \sin \alpha + r \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{r}{\Delta} \end{bmatrix} \Rightarrow R_p = [0, 4]$$

$$b) y = r \sin \alpha + r \sin \alpha + r \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{r}{\Delta} \end{bmatrix} \Rightarrow R_p = [\frac{r}{\Delta}, r]$$

$$a) y = \sin \alpha + r \cos \alpha \Rightarrow y = \sin \alpha + \cos \alpha + r \cos \alpha \Rightarrow y = 1 + r \cos \alpha$$

$$\text{min} \Rightarrow 0 \leq \cos \alpha \leq 1 \rightarrow 0 \leq r \cos \alpha \leq r \Rightarrow 1 \leq 1 + r \cos \alpha \leq r \Rightarrow R = [1, r]$$

$$b) y = \frac{r \cot \alpha}{1 + \cot \alpha} \Rightarrow y = r \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \times \sin \alpha = r \sin \alpha \times \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow y = \sin 2\alpha \Rightarrow R = [-1, 1]$$

Arman

$$Y^{1-K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1$$

Subject:

Year: Month: Day:

page: ()

الف) $y = \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \rightarrow \frac{1}{K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1 \rightarrow R_f = [\frac{1}{K}, 1]$

ب) $y = [\sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha] \rightarrow \frac{1}{K} \leq \sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha \leq 1$

(9)

$\Rightarrow [\sin^Y \alpha + \cos^Y \alpha] = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{0, 1\}$

الف) $y = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} \Rightarrow y = \frac{(x+4)(2x-1)}{x+4} \Rightarrow y = 2x - 1 \quad (x \neq -4)$

$x = -4 \rightarrow 2(-4) - 1 = -8 - 1 = -9 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$

(10)

ب) $y = \frac{x^3 - 1}{x - 1} \Rightarrow y = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x-1} \Rightarrow y = x^2 + x + 1 \Rightarrow y = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

مقدر 3 ی که در آن $x = 1$ متناظر است، از دامنه حذف شده چون $x = 1$ مجاز نیست؛ اما $y = 3$ را باز هم می توان با $x = -2$ پرست آورد (میانبر این هیچ مقدار اضافی از برد حذف نمی شود).

$\Rightarrow R_f = [y_{\min}, +\infty) \Rightarrow R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$