

به نام خدا

ونداد حاجی بابائی - یازدهم پسر B - تکلیف شماره ۱ - توابع و خواص آنها

پس فقط آن مقادیر x از g معتبرند که در بازه $[-1, 1]$ باشند.

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$x = -1, 0, 1$$

$$f(-1) = \sqrt{1-(-1)^2} = \sqrt{0} = 0$$

$$g(-1) = 1, \quad g(0) = 4, \quad g(1) = 2$$

$$f(0) = 1 \quad f(1) = 0$$

①

$$\Rightarrow 2g - 3f \xrightarrow{x=-1} 2(1) - 3(0) = 2 \quad x=0 \rightarrow 2(4) - 3(1) = 5$$

$$x=1 \rightarrow 2(2) - 3(0) = 4$$

مقادیر ممکن برای $2g - 3f$ عبارتند از $\{2, 4, 5\}$
در نتیجه برد $2g - 3f$ برابر $\{2, 4, 5\}$ می شود

$$\Rightarrow R_{2g-3f} = \{2, 4, 5\}$$

Arman

$$f(x) = |x| - 1 \quad D_f = [3, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{x}x + 3 \quad D_g = (-\infty, 3]$$

(۲)

ابتدا برد هر کدام از توابع را بدست می آوریم:

$$f(3) = 0$$

چون x به سمت $+\infty$ من رود در نتیجه y به $+\infty$ من رود و داریم:

$$R_f = [0, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{x}x + 3 \xrightarrow{x=3} g(3) = 4$$

برای g بیشینه در $x=3$ است +

چون x به سمت $-\infty$ من رود در نتیجه y به $-\infty$ من رود، داریم:

$$R_g = (-\infty, 4]$$

$$R_f \cup R_g = (-\infty, 4] \cup [0, +\infty) \Rightarrow \text{جواب نهایی: } (-\infty, 4] \cup [0, +\infty)$$

$$y = \frac{-x^2}{x} + x + 3 \Rightarrow \frac{-x^2}{x} + x + 3 > \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{-x^2}{x} + x + \frac{3}{x} > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-1}{+1} \frac{3}{-1} \rightarrow -1 < x < 3 \quad \text{یا} \quad x \in (-1, 3) \Rightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b-a} = \sqrt{3-(-1)} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \boxed{\sqrt{b-a}_{\max} = 2}$$

(۳)

$$y = |x-1| + |x-3| + |2x-4| \Rightarrow y = |x-1| + |x-3| + 2|x-2|$$

$$x \geq 3 \rightarrow y = 4x - 1 \xrightarrow{x=3} y = 11$$

(۴)

$$2 \leq x \leq 3 \rightarrow y = 2x - 2 \xrightarrow{x=2} y = 2$$

در نتیجه کمترین مقدار در $x=2$ است و برابر است با (۲)

$$1 \leq x \leq 2 \rightarrow y = 4 - 2x \xrightarrow{x=1} y = 2$$

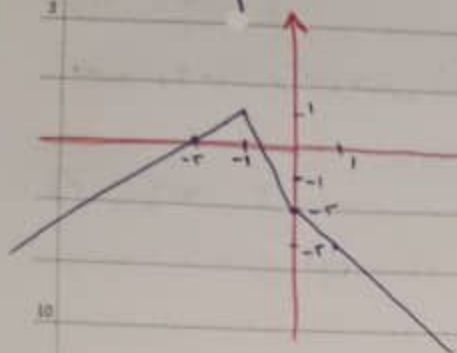
$$\Rightarrow \boxed{y_{\min} = 2}$$

$$x < 1 \rightarrow y = 1 - 4x \xrightarrow{x=1} y = -3$$

$$y = |x| - 2|x+1|$$

$$\rightarrow y = \begin{cases} x - 2x - 2 & x > 0 \\ -x - 2x - 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ -x + 2x + 2 & x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2 & x \geq 0 \\ -3x - 2 & -1 \leq x \leq 0 \\ x + 2 & x \leq -1 \end{cases}$$

(5)



برد تابع : $R_f = (-\infty, 1]$ از روی شکل نتیجه می گیریم

$$y = \frac{x^2 + 5x + m}{x+1} \quad (m \in \mathbb{N}) \Rightarrow xy + y = x^2 + 5x + m \Rightarrow x^2 + (5-y)x + (m-y) = 0$$

برای اینکه برای هر $y \in \mathbb{R}$ جواب داشته باشیم، این معادله درجه دو باید برای هر y ریشه حقیق داشته باشد.

$$\Delta = (5-y)^2 - 4(m-y) \geq 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 25 - 4m + 4y \geq 0$$

(6)

این یک سهمی روبه بالا است پس کمترین مقدارش (min) $y^2 - 4y + (25 - 4m) \geq 0$ در $y = \frac{4}{2} = 2$ است.

$$\Delta_{\min} = (2)^2 - 4(2) + (25 - 4m) \geq 0 \Rightarrow -9 + 25 - 4m \geq 0$$

برای همه $m = 1, 2, 3, 4$ (اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی 4) $14 - 4m \geq 0 \Rightarrow m \leq 4$

مساوی 4) برد تابع برابر $\mathbb{R}$ است. پس به ازای $4 \leq m$ در تابع برابر $\mathbb{R}$ است.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x \geq 3 \quad (1) \\ x^2 - 2x + 2 & ; 0 \leq x < 3 \quad (2) \\ |x| + 2 & ; x < 0 \quad (3) \end{cases}$$

(7)

(1) در $x \geq 3$ تابع به صورت $x+2$ است؛ برای $x=3$ مقدار 5 و برای $x \rightarrow +\infty$ مقدار $+\infty$ پس مقادیر این بخش $(5, +\infty)$ است.

(2) مقدار 5 من شود اما $x=3$ شامل این بخش نیست، پس مقادیر این بخش $[1, 5)$ و

(3) وقتی $x \rightarrow 0$ مقدار نزدیک 2 من شود (اما 2 گرفته من شود چون $x=0$ در این بخش نیست) و

وقتی $x \rightarrow -\infty$ مقدار $+\infty$ ؛ پس مقادیر این بخش $(2, +\infty)$ است.

$$R_f = [1, +\infty)$$

$$(2, +\infty)$$

Arman

$$\Rightarrow 1 \cup (2, +\infty) \cup (5, +\infty) = R_f \Rightarrow [1, 5) \cup (2, +\infty) \cup (5, +\infty) = [1, +\infty) = R_f$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & ; x \leq 0 \quad (1) \\ [2x] - 2x & ; x > 0 \quad (2) \end{cases}$$



$$x^2 + 4x + 3 \rightarrow \text{بردار} = \left(y_{\min}, +\infty \right) \Rightarrow [-1, +\infty) \quad ; x \leq 0 \quad (1)$$

پس بازه مقادیر این بخش $[-1, +\infty)$ است.

$$[2x] - 2x \xrightarrow{2x=t} [t] - t \Rightarrow -1 < [t] - t \leq 0 \quad ; x > 0 \quad (2)$$

پس بازه مقادیر این بخش $(-1, 0]$ است.

$$\Rightarrow (1) \cup (2) = R_f \Rightarrow [-1, +\infty) \cup (-1, 0] = [-1, +\infty) = R_f$$

$$\boxed{R_f = [-1, +\infty)}$$

$$y = x + 1 - \sqrt{2x + 3} \quad D_f = [b, +\infty) \quad R_f = (-\infty, a]$$

$$x + 1 - \sqrt{2x + 3} \rightarrow \text{شرط زیر رادیکال} \rightarrow 2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{b = -\frac{3}{2}}$$



$$y = x + 1 - \sqrt{0} = x + 1 \quad \text{پیدا کردن بردار وقتی } x = -\frac{3}{2} \text{ (ابتدای دامنه):}$$

$$y \rightarrow -\infty \text{ در نتیجه } \sqrt{2x + 3} \rightarrow +\infty ; x \rightarrow +\infty \text{ وقتی } x \rightarrow +\infty \text{ پس بردار برابر با } (-\infty, a+1] \text{ است.}$$

$$a = 4, b = -\frac{3}{2} \Rightarrow ab = (4)\left(-\frac{3}{2}\right) = -6 \Rightarrow \boxed{ab = -6}$$

$$f(x) + g(x) = 3\sqrt{2 + 2\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow 3\sqrt{2 + 2\sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{x+1}} \Rightarrow 3\sqrt{(\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x^2})^2}$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = 3\sqrt{x+1} + 3\sqrt{1-x^2} \quad ; \quad f(x) = 2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x^2}$$



$$g(x) = (3\sqrt{x+1} + 3\sqrt{1-x^2}) - (2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x^2}) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x^2}$$

$$y = \frac{f(x)}{4} - \frac{g(x)}{3} \Rightarrow \frac{x\sqrt{x+1} + \frac{4}{3}\sqrt{1-x^2}}{3 \cdot 4} - \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x^2}}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\cancel{\sqrt{x+1}} + 2\sqrt{1-x} - \cancel{\sqrt{x+1}} + \sqrt{1-x}}{2} = \frac{3\sqrt{1-x}}{2} = \sqrt{1-x}$$

دامنه اشتراکی از رادیکال ها: $-1 \leq x \leq 1$ ←
 $D_f = D_g = [-1, 1]$

برای برد $(-1 \leq x \leq 1)$: $\sqrt{1-x}$ مقدارهای $\sqrt{2}$ و 0 را من کید در نتیجه: $R = [0, \sqrt{2}]$
 برد

$$y = \sqrt{1-x} \quad , \quad D = [-1, 1] \quad , \quad R = [0, \sqrt{2}]$$

دامنه برد