نام و نام خانوادگی ...امیرمحمد جمشیدی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۹... کلاس ...یازدهم تجربی B...

۲۰ عالی بود

**۱** (۲)

$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi}{4} & ; x\le 1\\ \sqrt{x^2+1} & ; x>1\end{cases} \to f(f(\frac{2}{3}))=?$

$f(x)=\cot\frac{x\pi}{4}\xrightarrow{x=\frac{2}{3}}\cot\frac{2\pi}{12}=\cot\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$

$f(\frac{2}{3})=\sqrt{3}$ زاویه $30^\circ$

$f(f(\frac{2}{3}))=\to f(\frac{2}{3})\to \frac{2}{3}<1$

$f(\sqrt{3})\xrightarrow{\sqrt{3}>1}\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}=\sqrt{4}=2\to fof(\frac{2}{3})=2$

**۲** (۲)

الف) $g(x)=2\cos^2x \quad f(x)=\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}} \quad f(g(\frac{\pi}{3}))=$

$g(\frac{\pi}{3})=2\cos^2\frac{\pi}{3}=2(\frac{1}{2})^2=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=\sqrt{\frac{2(2)-1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad fog(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $f(x)=[x] \quad f(g(\sqrt{2}))=\to f(-\sqrt{2}-2)=[-\sqrt{2}-2]=[-\sqrt{2}]-2$ ; $-\sqrt{2}=-1.4\ldots \to -2-2=\boxed{-4}$

$g(x)=\frac{x}{1-x} \to g(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\to\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{1-2}=-\sqrt{2}-2$

**۳** (۲)

$f(x)=\sin x\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}}f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}\to f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(x)=x\sqrt{1-x^2}$

$g(f(\frac{\pi}{4}))\xrightarrow{f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}}g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\to gof(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$

**۴** (۲)

الف) $f(g(x))=\{(3,5),(2,5),(9,12),(8,12)\}$

ب) $g(f(x)): R_f\not\subset D_g$ تابع نمی‌شود

ج) $f(f(x)): R_f\not\subset D_f$ تابع نیست

د) $g(g(x))=\{(4,8),(2,4),(6,10)\}$

**۵** (۲)

$f(x)=\{(3,2)(2,2)(4,5)(1,7)\}$ $\quad [a,b]=(4,5)$

$g(x)=\{(1,2),(3,1),(a,3),(b,1)\}$ $\quad f(3)=2$

$fog\ni(4,2)\quad f(g(x))\ni(4,2)\xrightarrow[y=2]{x=4}f(g(4))=2$ ، $f(g(4))=f(3)$ ، $f(4)=5$ ، $g(4)=3$

$gof\ni(4,1)\quad g(f(x))\ni(4,1)\xrightarrow[y=1]{x=4}g(f(4))=1$ ، $g(a)=3 \quad g(4)=g(a)$ ، $\boxed{4=a}$

$\left.\begin{matrix}g(5)=1\\ g(b)=1\end{matrix}\right\}\ g(5)=g(b)\quad \boxed{b=5}$

$f(f(x)) = ۴x+۳$ $\quad f(x)=ax+b \xrightarrow{x \to ax+b} a(ax+b)+b = fof$

$f(f(x)) = a^۲x+ba+b$ ; $f(f(x))=۴x+۳$

$a^۲x+ba+b=۴x+۳$

$a^۲=۴$ , $+۲ \to ۴x+۲b=۴x+۳$ $b=۱ \to f(x)=۲x+۱$ I

$a=\pm ۲$ , $-۲ \to ۴x-b=۴x+۳ \to f(x)=-۲x-۳$ II

$g(۲x+۳)=۳x-۲$ $\quad b=-۳$ $\quad g(f(x))=$

$g(x)=\frac{۳x-۱۳}{۲}$

I $\to$ $gof(-۱) = \frac{۳(۲x+۱)+۳-۱۳}{۲} = -۸$

II $\to$ $gof(-۱) = \frac{-۶x-۹-۱۳}{۲} = -\frac{۱۶}{۲}$

دو جواب یکی است: $gof(-۱)=-۸$ ۶

---

$f(x)=\sqrt{x+|x|}$

$g(x)=\frac{۱}{x^۲-۴x} \xrightarrow{x \to \sqrt{x+|x|}} \frac{۱}{(\sqrt{x+|x|})^۲-۴(\sqrt{x+|x|})}$

$D_{gof}=(۰,+\infty)-\{۸\}$

$I = x \neq ۸$ $\quad II = x>۰$ $\quad I \cap II$

صفر نباید باشد، و ادامه مثبت ۷

$g(f(x)) \Rightarrow g(f(x))=\frac{۱}{(\sqrt{x+|x|})^۲-۴(\sqrt{x+|x|})}$

$D_{fof}=\sqrt{x+|x|}>۰$ $\quad x+|x|>۰$

$x>۰ \to ۲x>۰ \to x>۰$ (I)

$x<۰ \quad x+|x|=۰$ ✗

$II = (\sqrt{x+|x|})^۲-۴(\sqrt{x+|x|}) \neq ۰$ $\quad \sqrt{x+|x|}(\sqrt{x+|x|}-۴) \neq ۰$

$x=۰$ $\quad \sqrt{x+|x|}=۴$ $\quad x+|x|=۱۶$ $\quad x \neq ۸$

---

$g(x)=\sqrt{x}$ , $f(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ $\quad D_g \cap D_f = [۰,۱] = D_{f+g}$

$D_g=[۰,+\infty)$ $\quad D_f=[-۱,۱]$

$D_{(f+g)of}=\{x \in D_f , f(x) \in D_{f+g}\}$

$D_{(f+g)of}=\{x \in [-۱,۱] , [۰,۱] \in [۰,۱]\}$

$f+g(f(x)) \to$ $f(x)=\sqrt{۱-x^۲} \to R_f=[۰,۱]$

$D_f=[-۱,۱]$ $\quad D_{(f+g)of}=[-۱,۱]$ ۸

---

الف)

$\frac{۳x+۱}{x-۲}=t$ $\quad tx-۲t=۳x+۱$

$tx-۳x=۲t+۱$

$x(t-۳)=۲t+۱ \to x=\frac{۲t+۱}{t-۳}$

$f(t)=۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right)+۵$ ۹

$f(x)=۴\left(\frac{۲x+۱}{x-۳}\right)+۵$

ب)

$f(x+\frac{۱}{x})=x^۳+\frac{۱}{x^۳}$

$x+\frac{۱}{x}=t$ $\quad (x+\frac{۱}{x})^۳$

$f(x+\frac{۱}{x})=x^۳+\frac{۱}{x^۳}+۳x^۲\frac{۱}{x}+۳x\frac{۱}{x^۲}-۳x^۲\frac{۱}{x}-۳x\frac{۱}{x^۲}$

$f(x+\frac{۱}{x})=(x+\frac{۱}{x})^۳-۳(x+\frac{۱}{x}) \Rightarrow$

$f(x)=x^۳-۳x$

---

$g(۱)=۰$ (I) $\quad g(۲\sqrt{۲})=۰$ (II) $\quad f(x)=x\sqrt{x}$

$g(f(x))=۰$ $\quad$ I $\to f(x)=۱ \xrightarrow{III} x\sqrt{x}=۱ \to x^۳=۱ \to x=۱$

II $\to f(x)=۲\sqrt{۲} \to x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \to x^۳=۸ \Rightarrow x=۲$ ۱۰

$gof(۱)=۰$ , $gof(۲)=۰$ $\quad \boxed{۲-۱=۱}$ $\boxed{۱-۲=-۱}$

اختلاف همواره عددی مثبت است!