۲۵ عالی نوشتی

نام و نام خانوادگی ...[illegible]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۹... کلاس ...یازدهم پسر B...

۱ (۲)

$f\circ f(\frac{۲}{۳}) = f(f(\frac{۲}{۳}))$

① $f(\frac{۲}{۳})$, $\frac{۲}{۳} < ۱$ $\Big\} = \cot\frac{\pi x}{۴} = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$

② $f(\sqrt{۳})$, $x \geq ۱$ $\Big\}\ \sqrt{(\sqrt{۳})^۲ + ۱} = ۲$

۲ (۲)

الف) $f(g(\frac{\pi}{۳}))$

$g(\frac{\pi}{۳}) = ۲ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۲}$

$f(\frac{۱}{۲}) = \sqrt{\frac{۴-۱}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

ب) $f(g(\sqrt{۲}))$

$g(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \times \frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}} = -۲-\sqrt{۲}$

$f(-۲-\sqrt{۲}) = [-۲-\sqrt{۲}] = -۴$

۳ (۲)

$g(f(\frac{\pi}{۴}))$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۲}$

۴ (۲)

$f(g(x)) = \{(۴,۵),(۲,۵),(۶,۱۲),(۸,۱۲)\}$

$g(f(x)) = \varnothing$

$f(f(x)) = \varnothing$

$g(g(x)) = \{(۴,۸),(۲,۶),(۶,۱۰)\}$

۵ (۲)

$f(g(x)) = \{(۱,۱),(۳,۷),(a,۲),(b,۷)\}$, $(۴,۲) \in f\circ g \Rightarrow a = ۴$

$g(f(x)) = \{(۲,۲), \ldots$ [illegible]

- if $b = ۲ \to (۳,۱)$ ✗
- if $b = ۵ \to (۴,۱)$ ✓ $\Rightarrow b = ۵$
- if $b = ۷ \to (۱,۱)$ ✗

$(a,b) = (۴,۵)$

۶ — ۲

$f(x)=ax+b \Rightarrow f(f(x)) = a(ax+b)+b = a^{2}x+ab+b = 4x+3$

$a=\pm 2$:
- $a=2 \Rightarrow 3b=3 \Rightarrow b=1 \Rightarrow f(x)=2x+1$
- $a=-2 \Rightarrow -b=3 \Rightarrow b=-3$; $f(x)=-2x-3$

$g(f(-1))$ $\quad g(-1)=\dfrac{-3-13}{2}=\boxed{-8}$

$f(-1) \xRightarrow{\text{در دو حالت}} -1$

$g(2x+3)=3x-2 \Rightarrow 2x+3=t \Rightarrow x=\dfrac{t-3}{2} \Rightarrow g(t)=\dfrac{3t-13}{2}$

---

۷ — ۲

$D_{gof}=\{x\in D_f \,,\, f(x)\in D_g\}$ $\quad (x\in \mathbb{R})\ \mathrm{I}$

$\sqrt{x+|x|}\neq\{0,4\} \Rightarrow x\notin(-\infty,0]\ \mathrm{II}$; $x\neq 8\ \mathrm{III}$

$\sqrt{x+|x|} \to x+|x|\geq 0$

$0\ \checkmark$, $+\ \checkmark$, $-\ \checkmark$ $\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$

$D_g=\mathbb{R}-\{0,4\}$; $x^{2}-4x\neq 0$

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}\cap\mathrm{III}=$

$D_{gof}=(0,+\infty)-\{8\}$

---

۸ — ۲

$D_{(f+g)of}=\{x\in D_f \,,\, f(x)\in D_{f+g}\}$

C: $-1\leq x\leq 1$, $0\leq\sqrt{1-x^{2}}\leq 1$

$\sqrt{1-x^{2}}\leq 1 \Rightarrow 1-x^{2}\leq 1 \Rightarrow x^{2}\geq 0 \Rightarrow x\in\mathbb{R}$ (A)

$0\leq\sqrt{1-x^{2}} \Rightarrow 0\leq 1-x^{2} \Rightarrow x^{2}\leq 1 \Rightarrow -1\leq x\leq 1$ (B)

$D_{f+g}=D_f\cap D_g=[-1,1]\cap[0,+\infty)=[0,1]$

$A\cap B=[-1,1]$

$C\cap[-1,1]=[-1,1]$

$g(x)=\sqrt{x} \Rightarrow D_g=x\geq 0$ / $f(x)=\sqrt{1-x^{2}} \Rightarrow 1-x^{2}\geq 0 \Rightarrow 1\geq x^{2} \Rightarrow -1\leq x\leq 1=D_f$

---

۹ — ۲

الف) $f\left(\dfrac{3x+1}{x-2}\right)=4x+5$

$\dfrac{3x+1}{x-2}=t \Rightarrow 3x+1=tx-2t \Rightarrow 3x-tx=-2t-1 \Rightarrow$

$x(3-t)=-2t-1 \Rightarrow x=\dfrac{-2t-1}{3-t}$

$f(t)=\dfrac{-8t-4+15-5t}{3-t}=\dfrac{-13t+11}{3-t}$ و $f(x)=\dfrac{-13x+11}{3-x}$

$f(\underbrace{x+\tfrac{1}{x}}_{t})=x^{3}+\dfrac{1}{x^{3}}$

$f(t)=t(\overbrace{x^{2}+\tfrac{1}{x^{2}}-1}^{t^{2}-3})=t^{3}-3t$

$f(x)=x^{3}-3x$

---

۱۰ — ۲

* طبق داده های سوال داریم:

$g(1)=0 \wedge g(2\sqrt{2})=0$

$f(x)=x\sqrt{x}$

* حالا سوال از ما می خواهد که بفهمیم $g(x\sqrt{x})$ در کجاها محور x ها را قطع می کند یا می است:

$g(f(x))=0 \Rightarrow g(x\sqrt{x})=0$

$x\sqrt{x}=2\sqrt{2} \Rightarrow x_1=2 \wedge x\sqrt{x}=1 \Rightarrow x_2=1$

$|x_2-x_1|=1$