



به نام دوست

تکلیف ۲
تکلیف ۱

پاسخنامه‌ی تکلیف

پایه: یازدهم

مبحث: توابع و خواص آنها

شماره‌ی تکلیف: ۱

ردیف	این پاسخ نامه بیشتر جنبه‌ی آموزشی برای دانش آموزان در مسیر نوشتن پاسخ دارد. مصحح با توجه به پاسخ نامه و صلاحیت خود تصحیح خواهد نمود.	بارم
۱	ریشه‌ی معادلات درجه دوم زیر را به روش روسی بیابید. الف) $6x^2 - 5x - 6 = 0$ $6x^2 - 5x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 36 = 0 \rightarrow (x - 9)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4}{6} \\ x_2 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/5)$ ب) $3x^2 - 8x - 3 = 0$ $3x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow (x - 9)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9}{3} = 3 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad (0/5)$ ج) $4x^2 - 4x - 3 = 0$ $4x^2 - 4x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x - 6)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (0/5)$ د) $2x^2 - 5x - 12 = 0$ $2x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x - 8)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/5)$	
۲	ریشه‌های معادلات زیر را در صورت وجود به روش دلخواه بیابید. الف) $x^2 - 5x - 14 = 0$ $x^2 - 5x - 14 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x - 7)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -2 \end{cases} \quad (0/5)$ ب) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ $2x^2 + 5x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{روسی}} x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2}{2} = -1 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (0/5)$ ج) $x^2 + 2x + 3 = 0$ معادله ریشه ندارد. $\Delta = 4 - 4(3) = 4 - 12 = -8 \Rightarrow$ $(0/5)$ د) $3x^2 + 3x - 2 = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 24}}{6}$ $\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6} \quad (0/5)$	

الف) $\sqrt[3]{y} + x^2 = 2x - 2$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{y_1} + x^2 = 2x - 2 \rightarrow \sqrt[3]{y_1} = -x^2 + 2x - 2 \\ \sqrt[3]{y_2} + x^2 = 2x - 2 \rightarrow \sqrt[3]{y_2} = -x^2 + 2x - 2 \end{cases}$$

طبق تعریف تابع داریم:

$$\Rightarrow \sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \text{تابع است.} \quad (۱)$$

۲

ب) $y^3 + 2y = 5x$

$$\begin{cases} y_1^3 + 2y_1 = 5x \\ y_2^3 + 2y_2 = 5x \end{cases} \Rightarrow y_1^3 + 2y_1 = y_2^3 + 2y_2 \rightarrow y_1^3 - y_2^3 = 2y_2 - 2y_1$$

از تعریف ریاضی کمک می‌گیریم:

$$(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2) + 2(y_1 - y_2) = 0$$

$$(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 - y_2 = 0 \rightarrow y_1 = y_2 \\ y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع است.} \quad (۱)$$

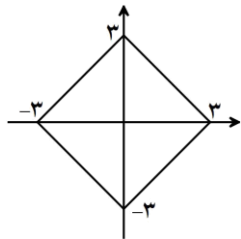
همواره مثبت است و صفر نمی‌شود.

الف) $y^3 - 6y = x^2 - 4x + 3$

از مثال نقض استفاده می‌کنیم:

$$x = 1 \rightarrow y^3 - 6y = 0 \rightarrow y(y^2 - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \sqrt{6} \\ y = -\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع نیست.} \quad (۰/۵)$$

ب) $|x| + |y| = 3$



تابع نیست. $(۰/۵)$

از رسم شکل کمک می‌گیریم:

۸

۲

ج) $|y| = \sqrt{1 - \cos x}$

باید $1 - \cos x \geq 0$ باشد یعنی $\cos x \leq 1$ که همواره برقرار است. با مثال نقض داریم:

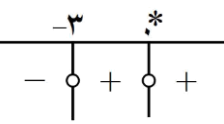
$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |y| = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \text{تابع نیست.} \quad (۰/۵)$$

د) $y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$

$$y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow y^2 + (x+1)^2 = 0$$

جمع دو عبارت همواره مثبت صفر شده است پس هر دو عبارت صفر هستند. پس تک نقطه‌ی $(-1, 0)$ است و تابع است. $(۰/۵)$

۵	به ازای چه مقدار یا مقدارهایی از a رابطه‌ی f یک تابع است. $f = \{(1, a^2), (1, 3a-2), (a^2, 3a+2)\}$ ۵ پون زوج‌های مرتب اول و دوم مولفه‌های اول یکسانی دارند، پس مولفه‌های دوم آن‌ها نیز باید برابر باشند: $a^2 = 3a - 2 \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases} \quad (۱)$ هریک از aها را جایگذاری می‌کنیم: $\begin{cases} a = 1 \rightarrow \{(1, 1), (1, 1), (1, 5)\} \rightarrow \text{غقیق تابع نیست.} \\ a = 2 \rightarrow \{(1, 4), (1, 4), (4, 8)\} \rightarrow \text{غقیق تابع است.} \end{cases} \quad (۱)$	۵
۶	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. $y = \frac{1}{x^3 - 4x^2} \quad \text{الف)}$ $y = \frac{1}{x^3 - 4x^2} \rightarrow x^3 - 4x^2 \neq 0 \rightarrow x^2(x - 4) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 4\} \quad (۱)$ ۵ $y = \frac{1}{2x^3 + 4x^2 + 2x + 4} \quad \text{ب)}$ $y = \frac{1}{2x^3 + 4x^2 + 2x + 4} \rightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x + 4 \neq 0 \rightarrow 2(x^3 + 2x^2 + x + 2) \neq 0$ $2(x^2 + 1)(x + 2) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-2\} \quad (۱)$	۶
۷	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 2} \quad \text{الف)}$ $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases} \\ x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x \geq 2 \quad (۱)$ $\Rightarrow D = [2, +\infty)$ ۴ $y = \frac{\sqrt{6-3x}}{\sqrt{6x-3}} \quad \text{ب)}$ $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \rightarrow x \leq 2 \\ 6x-3 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{2} < x \leq 2$ $\Rightarrow D = \left(\frac{1}{2}, 2\right] \quad (۱)$	۷

۸	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. الف) $y = \sqrt{x^3 + 3x^2}$ $y = \sqrt{x^3 + 3x^2} \rightarrow x^3 + 3x^2 \geq 0 \rightarrow x^2(x + 3) \geq 0 \rightarrow$  $\rightarrow x \geq -3$ $\Rightarrow D = [-3, +\infty)$ (۱) ب) $y = \sqrt{\frac{(x^2 - 1)(x^3 - 3x^2)}{x^3 - 1}}$ $y = \sqrt{\frac{(x^2 - 1)(x^3 - 3x^2)}{x^3 - 1}} \rightarrow \frac{(x^2 - 1)(x^3 - 3x^2)}{x^3 - 1} \geq 0 \rightarrow \frac{(x - 1)(x + 1)x^2(x - 3)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} \geq 0$ $\rightarrow$  $\rightarrow D = [-1, 1) \cup [3, +\infty)$ (۱)	۸
۹	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. الف) $y = \sqrt{ x - 2 - 3}$ $x - 2 - 3 \geq 0 \rightarrow x - 2 \geq 3$ $\begin{cases} x - 2 \geq 3 \rightarrow x \geq 5 \\ x - 2 \leq -3 \rightarrow x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow D = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$ (۱) ب) $y = \sqrt{4 - 2 - x }$ $4 - 2 - x \geq 0 \rightarrow 2 - x \leq 4 \rightarrow x - 2 \leq 4$ $-4 \leq x - 2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 6 \Rightarrow D = [-2, 6]$ (۱)	۹
۱۰	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. الف) $y = \sqrt{1 - x x }$ $1 - x x \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 - 1 \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 & \text{(I)} \\ x < 0 \rightarrow 1 + x^2 \geq 0 \rightarrow \text{همواره برقرار است.} & \text{(II)} \end{cases} \xrightarrow{(I) \cap (II)} 0 \leq x \leq 1$ $\xrightarrow{\cup} D = (-\infty, 1]$ (۱) ب) $y = \frac{1}{\sqrt{3 - x - 5 } - 1}$ $3 - x - 5 \geq 0 \rightarrow x - 5 \leq 3 \rightarrow -3 \leq x - 5 \leq 3 \rightarrow 2 \leq x \leq 8$ (I) $\sqrt{3 - x - 5 } - 1 \neq 0 \rightarrow \sqrt{3 - x - 5 } \neq 1 \rightarrow 3 - x - 5 \neq 1$ (II) $\rightarrow x - 5 \neq 2 \rightarrow \begin{cases} x - 5 \neq 2 \rightarrow x \neq 7 \\ x - 5 \neq -2 \rightarrow x \neq 3 \end{cases}$	۱۰

	$\xrightarrow{(I)\cap(II)} D = [\mathfrak{r}, \mathfrak{u}] - \{\mathfrak{r}, \mathfrak{v}\} \quad (\mathfrak{v})$	
--	--	--